**Подход аналитической иерархии**

Подход аналитической иерархии (Analytic Hierarchy Process - АНР) используется в случаях, когда известны все возможные альтернативы и их небольшое количество. Подход аналитической иерархии позволяет осуществить сравнение этих известных альтернатив.

Подход АНР состоит из совокупности этапов:

1. Первый этап заключается в структуризации задачи в виде иерархической структуры с несколькими уровнями: цели—критерии—альтернативы.

2. На втором этапе лицо, принимающее решение, выполняет попарные сравнения элементов каждого уровня. Результаты сравнений переводятся в числа.

3. Вычисляются коэффициенты важности для элементов каждого уровня.

4. Подсчитывается количественный индикатор качества каждой из альтернатив и определяется наилучшая альтернатива.

При попарных сравнениях в распоряжение лица, принимающего решение, дается шкала словесных определений уровня важности (равная важность, превосходство, слабое превосходство, сильное превосходство), причем каждому определению ставится в соответствие число.

При сравнении элементов, принадлежащих одному уровню иерархии, лицо, принимающее решение, выражает свое мнение, используя одно из словесных определений и результат сравнения помещается в матрицу сравнения (например, матрицу сравнения критериев или матрицу сравнения альтернатив по конкретному критерию).

Строки матриц сравнения позволяют определить числовые характеристики важности критериев или предпочтительности альтернатив – так называемые, собственные вектора. Нормирование собственных векторов позволяет несколько сгладить различия данных для разных критериев и альтернатив.

Общий вывод о наилучшей альтернативе делается на основе следующей интегральной характеристики: , где Sj – интегральный показатель качества j-ой альтернативы, wi – вес i-ого критерия, vij – показатель предпочтительности j-й альтернативы по i-ому критерию. Здесь m – количество критериев сравнения альтернатив.

Главным недостатком метода считают недетерминированность оценок при введении в рассмотрение новых проигрышных альтернатив, так как их предпочтительность может изменить интегральную оценку конкурирующих альтернатив.

**Пример.**

Выбор площадки для строительства аэропорта

1. Затраты – min ()
2. Расстояние от города – min ()
3. Численность населения, подверженного шумовому влиянию – min ()

Варианты:

А (180 млн., 70 мин, 10 тыс.)

B (170 млн, 40 мин, 15 тыс.)

C (160 млн, 55 мин, 20 тыс.)

D (150 млн, 50 мин, 25 тыс)

Определимся со шкалой сравнения:

|  |  |
| --- | --- |
| Равная важность | 1 |
| Умеренное превосходство | 3 |
| Существенное превосходство | 5 |
| Значительное превосходство | 7 |
| Очень большое превосходство | 9 |

Эксперты сравнивают критерии:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | Затраты | Время в пути | Вредное воздействие |
| Затраты | 1 | 5 | 3 |
| Время в пути | 1/5 | 1 | 3 |
| Вредное воздействие | 1/3 | 1/3 | 1 |

По этой таблицы вычисляется коэффициент важности каждого критерия как среднее геометрическое по строке с последующим нормированием (0,65; 0,22; 0,13).

После по такой же схеме сравниваются альтернативы.

**Методы ELECTRE ранжирования многокритериальных альтернатив**

Данный метод базируется на другом подходе сравнения альтернатив. Название ELECTRE - ELimination Et Choix Traduisant la Realite — исключение и выбор, отражающие реальность.

Методы ELECTRE направлены на решение задач с уже заданными многокритериальными альтернативами. В отличие от метода АНР в методах ELECTRE не определяется количественно показатель качества каждой из альтернатив, а устанавливается лишь условие превосходства одной альтернативы над другой и за счет этого позволяет исключить явно проигрышные альтернативы из рассмотрения.

Постановка задачи обычно имеет следующий вид: Дано: N критериев со шкалами оценок (обычно количественные), веса критериев (обычно целые числа), альтернативы с оценками по критериям. Требуется: выделить группу лучших альтернатив.

Основные этапы методов ELECTRE:

1. На основании заданных оценок двух альтернатив подсчитываются значения двух индексов: согласия и несогласия. Эти индексы определяют согласие и несогласие с гипотезой, что альтернатива А превосходит альтернативу В.

2. Задаются уровни согласия и несогласия, с которыми сравниваются подсчитанные индексы для каждой пары альтернатив. Если индекс согласия выше заданного уровня, а индекс несогласия — ниже, то одна из альтернатив превосходит другую. В противном случае альтернативы несравнимы.

3. Из множества альтернатив удаляются доминируемые. Оставшиеся образуют первое ядро. Альтернативы, входящие в ядро, могут быть либо эквивалентными либо несравнимыми.

4. Вводятся более «слабые» значения уровней согласия и несогласия (меньший по значению уровень согласия и больший уровень несогласия), при которых вьделяются ядра с меньшим количеством альтернатив.

5. В последнее ядро входят наилучшие альтернативы. Последовательность ядер определяет упорядоченность альтернатив по качеству.

В различных методах семейства ELECTRE индексы согласия и несогласия строятся по-разному. Основная идея построения этих индексов следующая:

Каждому из N критериев ставится в соответствие целое число р, характеризующее важность критерия, например, число голосов членов жюри, голосующих за важность данного критерия.

Выдвигается гипотеза о превосходстве альтернативы А над альтернативой В. Множество I, состоящее из N критериев, разбивается на три подмножества: I+ — подмножество критериев, по которым А предпочтительнее В; I~ - подмножество критериев, по которым А равноценно В; I- — подмножество критериев, по которым В предпочтительнее А. Далее формулируется индекс согласия с гипотезой о превосходстве А над В как отношение суммы весов критериев подмножеств I+ и I~ к общей сумме весов:

Индекс несогласия c гипотезой о превосходстве А над В определяется на основе самого «противоречивого» критерия — критерия, по которому В в наибольшей степени превосходит А. Чтобы учесть возможную разницу длин шкал критериев, разность оценок В и А относят к длине наибольшей шкалы (Li):

– значения i-ого критерия для альтернатив B и A соответственно (несогласного критерия).

На основе индексов cAB и dAB строятся матрицы согласия и несогласия.

Гипотеза о доминировании альтернативы считается подтвержденной, когда индекс согласия с ней больше заданного уровня, а индекс несогласия – меньше заданного уровня. В этом случае можно говорить о доминировании одной альтернативы над другой. Доминирующая стратегия вносится в ядро, а доминируемая – исключается из дальнейшего рассмотрения.

Далее уровни изменяются и производится сужение ядра альтернатив.

Альтернативы могут оказаться несравнимыми, т.е. оценки альтернатив очень противоречивы, что не приводит к отношению доминирования. Такие альтернативы войдут в ядро и после должны быть подвергнуты отдельному более тщательному анализу.

**Пример.**

Выбор площадки для строительства аэропорта

1. Затраты – min ()
2. Расстояние от города – min ()
3. Численность населения, подверженного шумовому влиянию – min ()

Варианты:

А (180 млн., 70 мин, 10 тыс.)

B (170 млн, 40 мин, 15 тыс.)

C (160 млн, 55 мин, 20 тыс.)

D (150 млн, 50 мин, 25 тыс)

При предельных границах коэффициента согласия = 5/6 и коэффициента несогласия 0,11, мы получим 2 пары явных сравнений:

1. Альтернатива B лучше альтернативы A
2. Альтернатива D лучше альтернативы C